



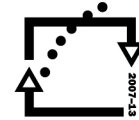
evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

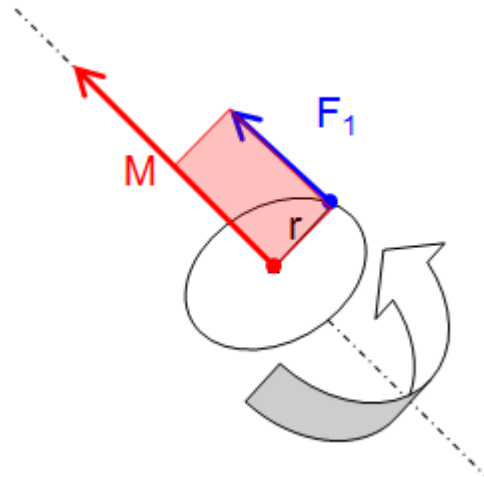
Projekt: Inovace oboru Mechatronik pro Zlínský kraj Registrační číslo:

CZ.1.07/1.1.08/03.0009

### 2.2.3.2 Moment síly – výpočet

Moment síly je definován jako součin síly a kolmé vzdálenosti osy síly od daného bodu. V praxi to znamená, že moment síly je vyjádřen plochou obdélníku jehož strany jsou dány velikostí síly a velikostí ramene.

$$\vec{M} = \vec{F} \times r$$



Př:

Je dáno:  $F = 30\text{N}$ , rameno kolmé k síle:  $r = 10\text{ mm}$ .

Určete velikost momentu síly:

$$M = 30 \times 10 = 300\text{ Nmm} = 0,3\text{ Nm}$$

Jednotkou momentu síly (ohybového momentu, kroutícího momentu je Nm (Newtonmetr). Často se v praxi i při výpočtech používá jednotka tisíckrát menší Nmm.

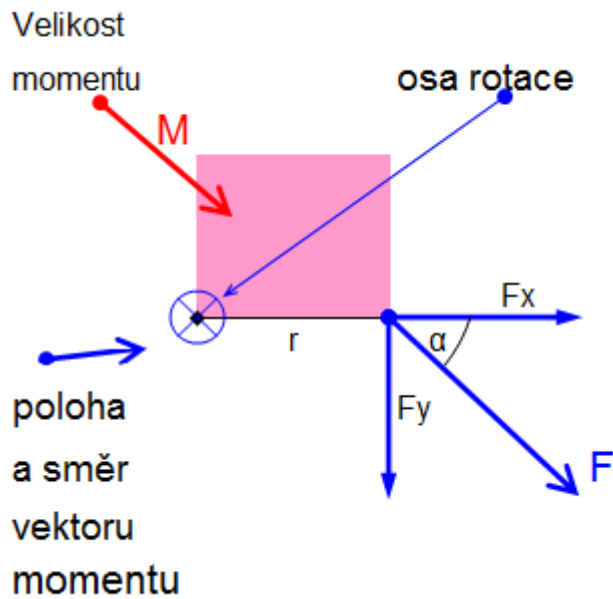
**Zapamatuj:  $1\text{Nm} = 1000\text{ Nmm}$**

V případě, že rameno a síla **nejsou vzájemně kolmé** musíme **VŽDY** nalézt pouze složku síly kolmou k rameni, která vytváří otáčivý účinek, druhá složka síly vytváří účinek posuvný (na těleso).

Jednotlivé složky se vypočítají pomocí goniometrických funkcí takto:

$$F_x = F \times \cos \alpha$$

$$F_y = F \times \sin \alpha$$



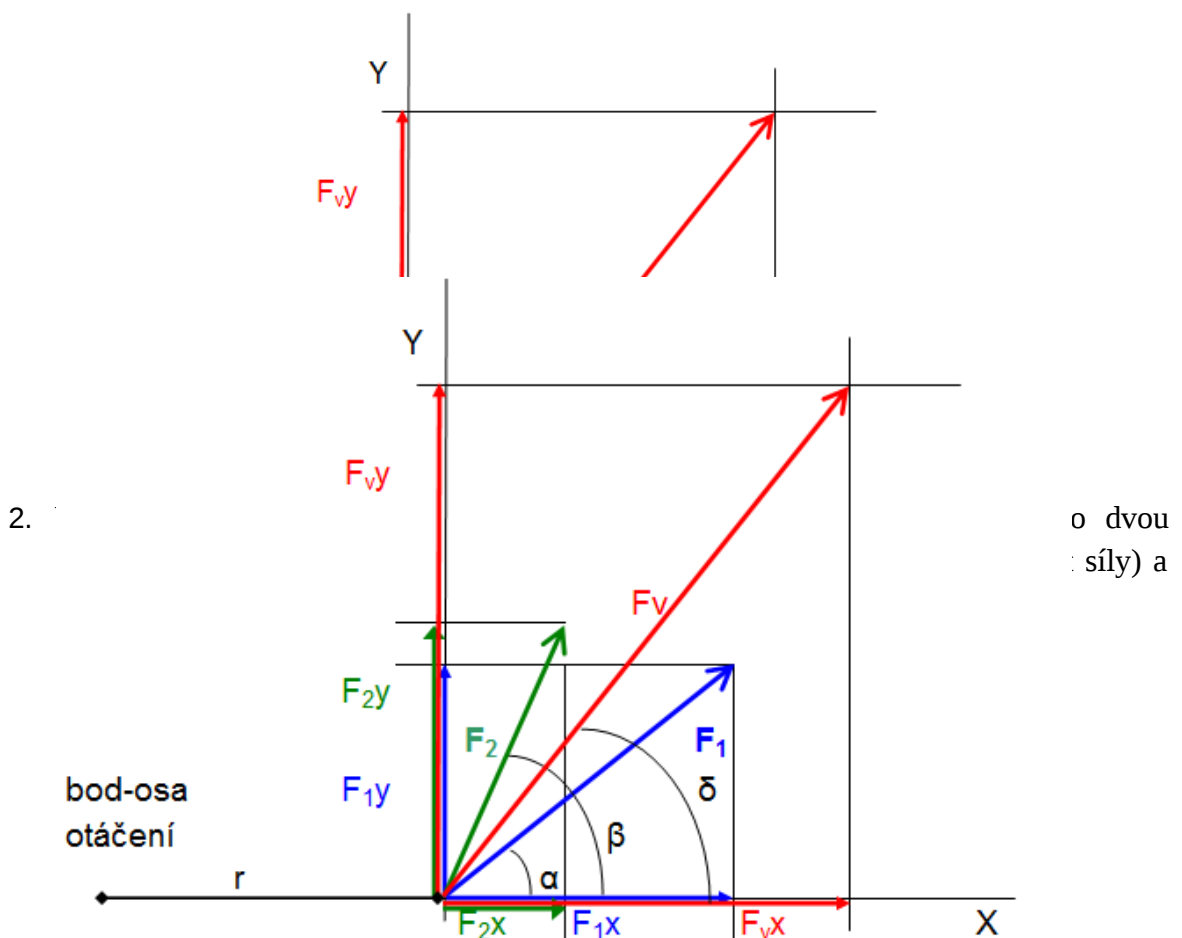
$F_x$  - vytváří posuvnou sílu

$F_y$  - vytváří otáčivý účinek, jehož moment se určí:

$$M = F_y \times r$$

Působí-li ve **společném působišti několik sil**, je jejich celkový účinek dán výslednicí sil a výsledný moment je dán především polohou výslednice k bodu otáčení:

1. Výslednice je kolmá k rameni otáčení – pak platí  $M_v = F_v \times r$ .



Složky  $F_y$ , případně jejich výslednice  $F_{vy}$  vytvářejí **momenty otáčení**

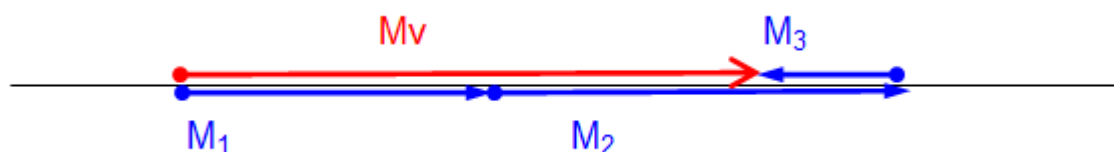
Složky  $F_x$ , případně jejich výslednice  $F_{vx}$  vytvářejí **posuvné účinky**

Z toho lze vyvodit závěr:

Výsledný moment sil působících v jednom bodě vzhledem k libovolnému bodu je tedy roven vektorovému součtu momentů všech složek k danému bodu.

$$M_v = M_1 + M_2 + M_3 + \dots$$

V případě, že jednotlivé momenty (vektory) vytváří různé otáčivé účinky ( + - ) je jejich výslednice dána vektorovým součtem momentů na jejich nositelce: (viz pravidlo palce pravé ruky)

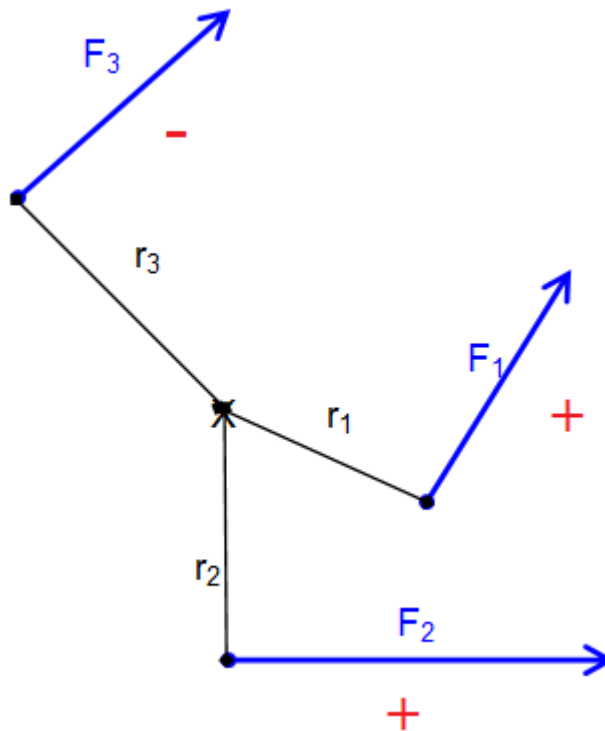


Působí-li ve společném působišti několik sil, je jejich celkový výsledný moment je dán vztahem.

$$M_v = F_1 \times r + F_2 \times r + F_3 \times r + \dots$$

V případě různě dlouhých ramen:

$$M_v = F_1 \times r_1 + F_2 \times r_2 + F_3 \times r_3 + \dots$$



Výsledný moment sil působících v různých směrech, na různých ramenech je k libovolnému bodu je tedy roven vektorovému součtu momentů všech složek k danému bodu.

#### Zdůraznění:

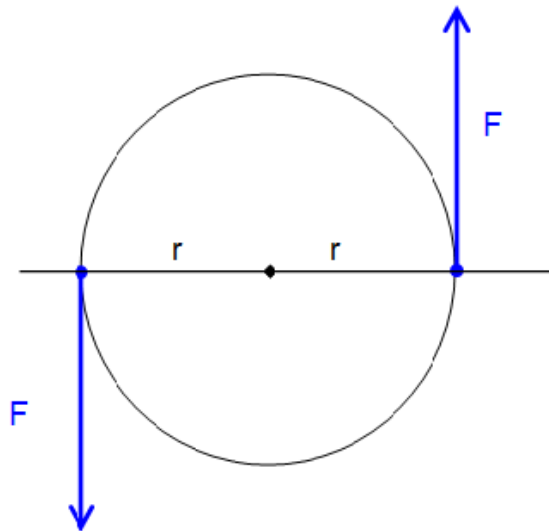
Pravidla použitá při určení velikosti, směru, orientace platí vždy k **LIBOVOLNÉMU BODU**, tzn. tento bod si můžeme zvolit dle našich aktuálních požadavků a potřeb, zpravidla tak, aby analytické řešení bylo co nejjednodušší.

#### Kontrolní otázky:

1. Určete vektory momentů sil - to znamená Velikost, směr působišť a orientaci dle vámi zvolených příkladů z ostatních předmětů. (např. převody, zatížení nástrojů při obrábění .... Složky sil a velikost ramen můžete odhadnout.
2. Jak je definován Moment síly – velikost a jednotky?
3. Řešení kontrolujte graficky.

### 2.2.3.3 Dvojice sil

Dvojice sil je současné působení dvou sil stejně velkých opačného směru působících v různých místech (na různých vektorových přímkách) tuhého tělesa, tzn., jedná se o dvě stejně velké síly opačného směru, které neleží na jedné přímce.



Protože výslednice dvou stejně velkých sil opačného směru, které působí na jedno těleso, je nulová, **nemá dvojice sil posuvný účinek** na tuhé těleso. Protože ale síly působí v různých místech, neruší se navzájem jejich momenty sil, neboli dvojice sil **má na těleso otáčivý účinek**.

Pokud je **d** vzdálenost, která směřuje od působiště síly k působišti síly, pak moment silové dvojice můžeme definovat vztahem logicky vyplývajícím.

Výpočet velikosti otáčivého účinku – výsledného momentu sil:

$$\mathbf{M} = \mathbf{F} \times \mathbf{r} + \mathbf{F} \times \mathbf{r} = 2 \times \mathbf{F} \times \mathbf{r} = \mathbf{F} \times \mathbf{d}$$

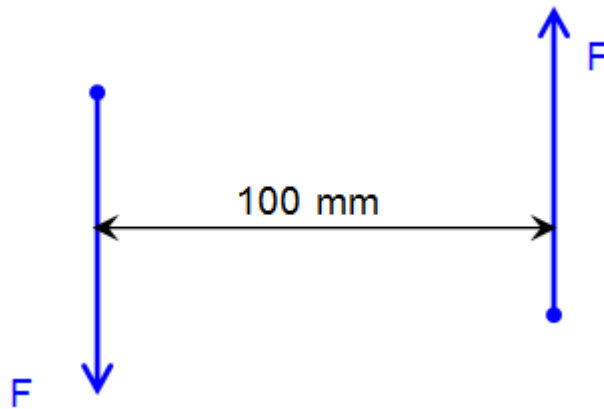
kde **F** je velikost jedné ze sil, **d** je kolmá vzdálenost vektorových přímk, na kterých síly leží.

Vlastnosti:

- Velikost momentu dvojice sil nezávisí na vzdálenostech sil od osy otáčení, ale pouze na jejich vzájemné vzdálenosti. Dvojice sil tedy vyvolává stejný moment k libovolnému bodu roviny, v níž leží síly.
- Posunutím dvojice sil v rovině, v níž dvojice sil leží, nedojde k žádné změně momentu dvojice sil.
- Dvojici sil lze najít u každého čistě otáčivého pohybu.

**Př.:**

Určete výsledný silový účinek dvou sil velikosti 100 N, které jsou rovnoběžné, opačně orientované a leží ve vzdálenosti 100 mm od sebe.



**Řešení:**

S využitím předchozích poznatků nemusíme hledat kolmá ramena otáčení, či posouvat síly, ale použijeme odvozený vztah:

$$\mathbf{M = F \times d}$$

Dosadíme:

$$M = F \times d = 100 \text{ N} \times 100 \text{ mm} = 10\,000 \text{ Nmm} = 10 \text{ Nm.}$$

Výsledný moment dvojice sil je 10 Nm.

**Kontrolní otázky:**

1. Určete vektory momentů dvojice sil - to znamená Velikost, směr působišť a orientaci dle vámi zvolených příkladů z ostatních předmětů. (např. volant automobilu, řemenice převodů .... Složky sil a velikost ramen můžete odhadnout.
2. Jak je definován Moment síly – velikost a jednotky?
3. Řešení zkontrolujte graficky v pravouhlém promítání.